Санкт-Петербургский политехнический университет

Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики, ФизМех

Направление подготовки

«01.03.02 Прикладная математика и информатика»

Курсовая работа

**тема "** **Сравнение решения ОДУ 1 порядка модифицированным методом Эйлера и методом Адамса"**

**дисциплина "Численные методы"**

Выполнил студент гр. 5030102/00001 Байрамов С. Д.

Преподаватель: Добрецова С. Б.

Санкт-Петербург

**2022**

**Формулировка задания**

Дано ОДУ 1-го порядка на отрезке [0, 4]. Поставить задачу Коши и найти ее решение:

1. Модифицированным методом Эйлера
2. Явным методом Адамса 2 порядка

Провести сравнение результатов по графикам ошибок на отрезке для двух значений шага. Исследовать зависимость объема вычислений (количествавызовов правой части) от величины шага.

**Постановка задачи**

Дано дифференциальное уравнение 1-го порядка F(x, y, y')=0, где y(x) - неизвестная функция. Поставлена задача Коши

y'= f(x, y), x [a, b]

y(a) = y0

Необходимо найти приближенное решение этой задачи

**Предварительный анализ задачи**

1. Модифицированный метод Эйлера:

Записав уравнение касательной к искомой функции y в точке (x0, y0) при достаточно малом шаге h, ордината y1=y0+hf(x0, y0) этой касательной по непрерывности должна мало отличаться от ординаты y(x1). Следовательно, точка (x1, y1) пересечения касательной с прямой x=x1 может быть принята за новую начальную точку. Продолжая этот процесс, получаем метод Эйлера yi+1=yi+hf(x1, y1), i=0, 1,…, n. Для повышения точности

1. Явный метод Адамса 2 порядка:

**Алгоритмы**

1. **Условия применимости методов**

Для единственности решения задачи Коши достаточно потребовать:

1. для всех x из [a, b], y - допустимых.
2. Условие Липшица по переменной y

где x из [a,b], y1, y2 - допустимые. L - константа.

1. **Этапы решения**
2. Составить равномерную сетку
3. Найти для сетки решение с помощью рассматриваемых методов
4. Вычислить ошибку найденного решения с точным
5. **Основные алгоритмы**
6. Равномерная сетка:
7. Модифицированный метод Эйлера:
8. Явный метод Адамса 2-го порядка
9. **Теоретические выкладки**

**Контрольные тесты**

Строится равномерная сетка на отрезке [0, 4] для решения задачи Коши модифицированным методом Эйлера и методом Адамса с количеством точек N=30, 60. Для анализа зависимости количества вызовов правой части функции от величины шага количество точек меняется N=30 \* 2i, i=0…16.

**Численный анализ**

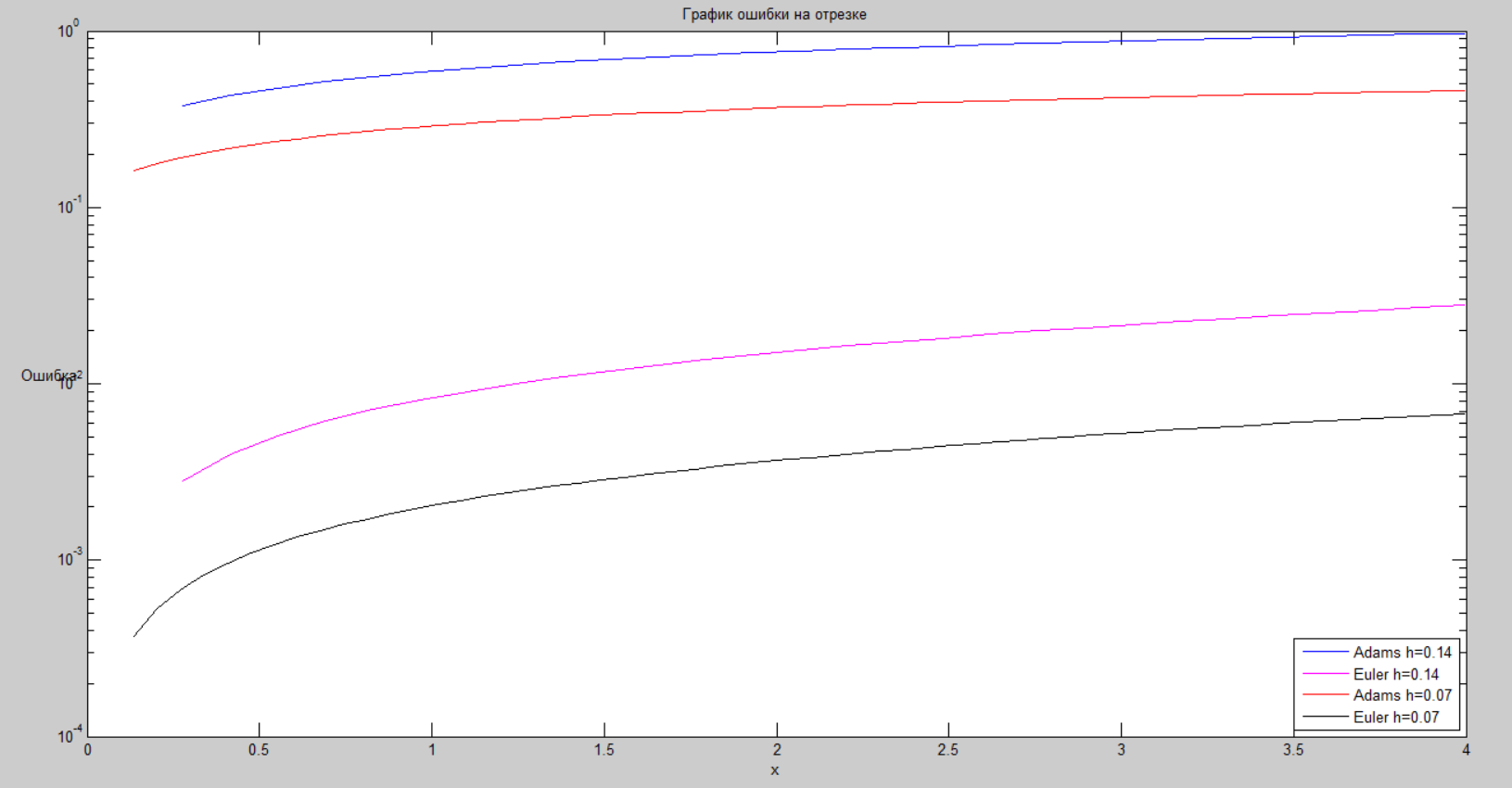
****

График ошибки на отрезке показывает, что модифицированным методом Эйлера удаётся точнее найти решение при одинаковых шагах, чем явным методом Адамса 2-го порядка. Также по графику видно, что с уменьшением шага точность решения обоих методов улучшается, однако модифицированный метод Эйлера улучшается быстрее.

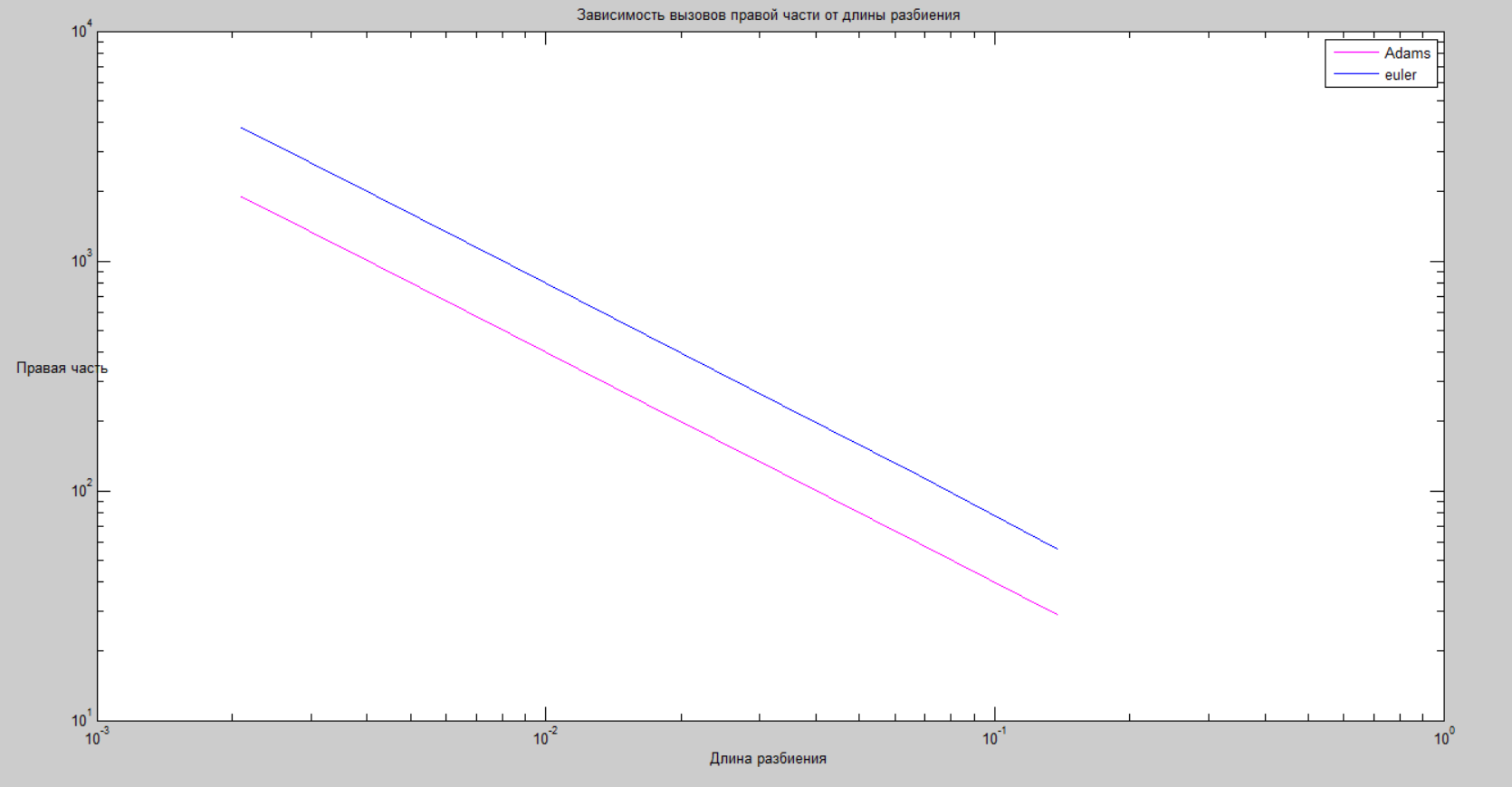
****

График зависимости вызовов правой части от длины разбиения показывает, что для модифицированного метода Эйлера требуется большего количества операций.

**Выводы**

Были рассмотрены два метода решения ОДУ 1-го порядка. Модифицированный метод Эйлера позволяет точнее найти решение уравнения по сравнению с явным методом Адамса 2-го порядка, однако требует большего количества вызовов заданной функции, тем самым использует большее количество ресурсов при вычислениях.